

Operatoren in der Arc Pair Semiotik

1. Einem Objekt ist immer ein Ort inhärent, denn Objekte haben eine raumzeitliche Ausdehnung, und es ist sogar unmöglich, ein Objekt ohne seinen Ort zu denken. Dagegen sind Zeichen unabhängig von Ort und Zeit (vgl. Walther 1998), deswegen kann man zwar nicht die Zugspitze, aber ein Photo von ihr verschicken, und deswegen ist es möglich, Verstorbene auf Photos zu betrachten. Leider büßt das Zeichen wegen seiner Ortslosigkeit auch seine Verankerung im Satz vom Grunde – und damit sein tiefstes logisches und erkenntnistheoretisches Fundament – ein (vgl. Kaehr 2010, S. 5.). Daß dieser Sachverhalt durch viele Jahrhunderte niemandem aufgefallen ist, hat vermutlich die Konzeption einer Theorie der Isomorphie von Zeichen und Objekt verhindert.¹

2. Wer zählt, der zählt Objekte. In Toth (2016) wurden daher ortsfunktionale Peanozahlen der Form $P = f(\omega)$ eingeführt. Es wurde gezeigt, daß bei ihnen die lineare (adjazente) Peano-Zählweise um eine vertikale (subjazente) und eine diagonale (transjazente) Zählweise im Rahmen eines quadratischen Zahlenfeldes erweitert werden muß.

2.1. Sind x und y linear, so liegt die adjazente Zählweise vor

x_i	y_j	y_i	x_j	y_j	x_i	x_j	y_i
\emptyset_i	\emptyset_j	\emptyset_i	\emptyset_j	\emptyset_j	\emptyset_i	\emptyset_j	\emptyset_i
	×		×		×		
\emptyset_i	\emptyset_j	\emptyset_i	\emptyset_j	\emptyset_j	\emptyset_i	\emptyset_j	\emptyset_i
x_i	y_j	y_i	x_j	y_j	x_i	x_j	y_i

2.2. Sind x und y orthogonal, so liegt die subjazente Zählweise vor

x_i	\emptyset_j	\emptyset_i	x_j	\emptyset_j	x_i	x_j	\emptyset_i
y_i	\emptyset_j	\emptyset_i	y_j	\emptyset_j	y_i	y_j	\emptyset_i
	×		×		×		

¹ Das gilt auch für die Semiotik von Klaus, denn die ihr zugrunde liegende „erkenntnistheoretische Abbildrelation ist keine Äquivalenzrelation“ (Klaus 1965, S. 268, ff.) und „die mathematische Semiotik ist (...) ein abstraktes Schema der Abbildtheorie“ (Klaus 1973, S. 145). Der Grund dafür liegt darin, daß die marxistische Semiotik nicht von ontischen Objekten, sondern von „Objekten der gedanklichen Widerspiegelung“ ausgeht (Klaus 1973, S. 56), und diese sind im Gegensatz zu jenen natürlich nicht geortet.

y_i	\emptyset_j	\emptyset_i	y_j	\emptyset_j	y_i	y_j	\emptyset_i
x_i	\emptyset_j	\emptyset_i	x_j	\emptyset_j	x_i	x_j	\emptyset_i

2.3. Sind x und y diagonal, so liegt die transjuzente Zählweise vor

x_i	\emptyset_j	\emptyset_i	x_j	\emptyset_j	x_i	x_j	\emptyset_i
\emptyset_i	y_j	y_i	\emptyset_j	y_j	\emptyset_i	\emptyset_j	y_i
	\times		\times		\times		
\emptyset_i	y_j	y_i	\emptyset_j	y_j	\emptyset_i	\emptyset_j	y_i
x_i	\emptyset_j	\emptyset_i	x_j	\emptyset_j	x_i	x_j	\emptyset_i

Jede Peanozahl P kann daher pro Zählweise an 8 verschiedenen ontischen Orten ω gezählt werden.

3. Wie man anhand der ortsfunktionalen Matrizen sieht, haben diese qualitativen Zahlen Leerstellen, in die sie selbst oder andere Zahlen eingeschrieben werden können. Die Anzahl dieser Lehrstellen ist natürlich abhängig von der Größe des Zahlenfeldes. Zwischen je zwei ortsfunktionalen Zahlen können demnach theoretisch unendlich viele weitere Zahlen, vergleichbar den Verhältnissen im Kontinuum der qualitativen Peanozahlen, stehen. In den Zahlenfeldern der qualitativen Zahlen können die Orte und ihre Differenzen darüber hinaus mit Hilfe der ontischen Invarianz der Objektabhängigkeit (vgl. Toth 2013) bestimmt werden.

Zwei Objekte Ω^{V_i} und Ω^{V_j} heißen objektabhängig (vgl. Toth 2020a, d) gdw. wenn es gibt ein $O = (\Omega^{V_i}, \Omega^{V_j})$ gibt mit $f(\Omega^{V_i}) = (\Omega^{V_j})$ oder $f(\Omega^{V_j}) = (\Omega^{V_i})$.

3.1. Ein Objekt Ω^{V_k} heißt 2-seitig objektabhängig gdw. $(\Omega^{V_i}, \emptyset) \neq \Omega^{V_i}$ und $(\emptyset, \Omega^{V_j}) \neq \Omega^{V_j}$. Ein Beispiel sind Schlüssel und Schloß.

3.2. Ein Objekt Ω^{V_k} heißt 1-seitig objektabhängig gdw. $(\Omega^{V_i}, \emptyset) = \Omega^{V_i}$ oder $(\emptyset, \Omega^{V_j}) = \Omega^{V_j}$. Ein Beispiel sind Finger und Ring.

3.3. Ein Objekt Ω^{V_k} heißt 0-seitig objektabhängig gdw. $(\Omega^{V_i}, \emptyset) = \Omega^{V_i}$ und $(\emptyset, \Omega^{V_j}) = \Omega^{V_j}$. Beispiele sind alle Objekte, die nicht in Paaren auftreten.

Gemäß Voraussetzung gelten die drei Formen von Objektabhängigkeit auch für die $P(\omega)$.

4. Nach Bense (1992) ist jede Zahl ein Zeichen. Daraus folgt, daß sich die Ortsfunktionalität von Objekten über die Zahlen, die sie zählen, auf die Zeichen, die sie repräsentieren, vermöge Isomorphie überträgt. In Toth

(2020b, c) wurde daher das folgende 3×3-Zahlenfeld als minimales Feld eingeführt.

∅	φ	∅	φ	∅
φ		φ		φ
∅	φ	∅	φ	∅
φ		φ		φ
∅	φ	∅	φ	∅

Die Leerstellen ∅ stehen für die ontischen Orte, die mit Objekten, Zahlen oder Zeichen belegt werden können, und φ steht für die drei Arten von Abbildungen der ortsfunktionalen Arithmetik (adjazente, subjazente, transjazente Abbildung).

Entsprechend der vierfachen Repräsentationen in den drei Zählarten der ortsfunktionalen Arithmetik erscheint nun auch das obige Zahlenfeld in der Form eines Gevierts:

∅	φ	∅	φ	∅		∅	φ	∅	φ	∅
φ		φ		φ		φ		φ		φ
∅	φ	∅	φ	∅	×	∅	φ	∅	φ	∅
φ		φ		φ		φ		φ		φ
∅	φ	∅	φ	∅		∅	φ	∅	φ	∅
∅	φ	∅	φ	∅		∅	φ	∅	φ	∅
φ		φ		φ		φ		φ		φ
∅	φ	∅	φ	∅	×	∅	φ	∅	φ	∅
φ		φ		φ		φ		φ		φ
∅	φ	∅	φ	∅		∅	φ	∅	φ	∅

Jede dem Zahlenfeld zugehörige Relation R hat also die abstrakte lineare Form

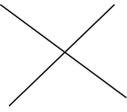
$$R = (\emptyset \emptyset \emptyset, \emptyset \emptyset \emptyset, \emptyset \emptyset \emptyset),$$

die demnach vierfach (paarweise dual und im Geviert chiasmisch) reflektiert werden kann. Beschränkt man sich auf semiotische Relationen (Repräsentation)

tionsrelationen), so ist die Abbildung von je drei Leerstellen durch semiotische Werte aus der peirceschen Relation $Z = (1, 2, 3)$ arbiträr, da jeder Ort \emptyset mit allen Werten von Z belegt werden kann. Z.B. entspricht die semiotische Relation

$$Z = (\emptyset \emptyset 1, 2 \emptyset \emptyset, \emptyset 3 \emptyset)$$

dem Geviert von Zeichenfeldern

\emptyset	φ	\emptyset	φ	1		1	φ	\emptyset	φ	\emptyset
φ		φ		φ		φ		φ		φ
2	φ	\emptyset	φ	\emptyset	\times	\emptyset	φ	\emptyset	φ	2
φ		φ		φ		φ		φ		φ
\emptyset	φ	3	φ	\emptyset		\emptyset	φ	3	φ	\emptyset
\emptyset	φ	3	φ	\emptyset		\emptyset	φ	3	φ	\emptyset
φ		φ		φ		φ		φ		φ
2	φ	\emptyset	φ	\emptyset	\times	\emptyset	φ	\emptyset	φ	2
φ		φ		φ		φ		φ		φ
\emptyset	φ	\emptyset	φ	1		1	φ	\emptyset	φ	\emptyset

Wie man erkennt (vgl. Toth 2020d), folgt hier der Grad der paarweisen Objektabhängigkeit der semiotischen Werte von der Wahl der Belegung von Z : Bei 2-seitiger Objektabhängigkeit zweier Werte x und y ist $\omega' = (\omega(x), \omega(y))$ konstant. Bei 1-seitiger Objektabhängigkeit ist entweder $\omega(x)$ oder $\omega(y)$ konstant. Bei 0-seitiger Objektabhängigkeit sind sowohl $\omega(x)$ als auch $\omega(y)$ veränderlich. Umgekehrt kann man aufgrund dieser Definitionen objektabhängige $Z(\omega)$ konstruieren.

5. Im folgenden seien Operatoren für die Arc Pair Semiotik definiert. Die Definitionen sind Toth 2008, S. 12 ff.) entnommen.

5.1. Löschen

Symbol: L_i Löschen der i -ten Stelle

Beispiel: $L_6(1 \emptyset \emptyset, \emptyset \emptyset 2, 11 \emptyset) = (1 \emptyset \emptyset, \emptyset \emptyset 2, \emptyset 1 \emptyset)$

5.2. Belegen

Symbol: $B_{i,k}$ Belegen der i-ten Stelle mit dem Wert k

Beispiel: $B_{8,3}(1\ 0\ 0, 0\ 0\ 2, 0\ 0\ 0) = (1\ 0\ 0, 0\ 0\ 2, 0\ 3\ 0)$

5.3. Maximierung

Symbol: Max_i Erhöhen der i-ten Stelle

Beispiel: $\text{Max}_6(1\ 0\ 0, 0\ 0\ 1, 0\ 0\ 3) = (1\ 0\ 0, 0\ 0\ 3, 0\ 0\ 3)$

5.4. Minimierung

Symbol: Min_i Senken der i-ten Stelle

Beispiel: $\text{Min}_9(1\ 0\ 0, 0\ 0\ 2, 0\ 0\ 3) = (1\ 0\ 0, 0\ 0\ 2, 0\ 0\ 1)$

5.5. Belegungswechsel

Symbol: $w_{i,k}$ Belegungswechsel $i(w) \rightarrow k(w)$

Beispiel: $w_{6,3}(1\ 0\ 0, 0\ 0\ 1, 0\ 0\ 3) = (1\ 0\ 0, 0\ 0\ 3, 0\ 0\ 3)$

5.6. Transposition

Symbol: $t_{i,k}$ Transposition von $w(i)$ und $w(k)$

Beispiel: $t_{1,6}(1\ 0\ 0, 0\ 0\ 2, 0\ 0\ 3) = (2\ 0\ 0, 0\ 0\ 1, 0\ 0\ 3)$

5.7. Reflexion

Symbol: R

Beispiel: $R(1\ 0\ 0, 0\ 0\ 2, 0\ 0\ 3) = (3\ 0\ 0, 2\ 0\ 0, 0\ 0\ 1)$

5.8. Adjunktor

Symbol: $\text{adj}_{i,k}$ Adjunktion von k an der Stelle i

Beispiel: $\text{adj}_{7,3}(1\ 0\ 0, 2\ 0\ 3, 0\ 0\ 0) = (1\ 0\ 0, 2\ 0\ 3, 3\ 0\ 0)$

5.9. Injunktior

Symbol: $\text{inj}_{i,k}$ Adjunktion von k an der Stelle i

Beispiel: $\text{inj}_{5,1}(1\ 0\ 0, 2\ 0\ 3, 0\ 0\ 0) = (1\ 0\ 0, 2\ 1\ 3, 0\ 0\ 0)$

5.10. Iterator

Symbol: $\text{it}_{i,k}$ Iteration des Wertes an der Stelle i

Beispiel: $\text{it}_6(1\ 0\ 0, 2\ 0\ 3, 0\ 0\ 0) = (1\ 0\ 0, 2\ 0\ 3\ 3, 0\ 0\ 0)$

5.11. Substitutor

Symbol: $\text{ers}_{i,k}$ Ersetzung des Wertes an der Stelle i durch den Wert an der Stelle k

Beispiel: $\text{ers}_{4,6}(1 \emptyset \emptyset, 2 \emptyset 3, \emptyset \emptyset \emptyset) = (1 \emptyset \emptyset, 3 \emptyset 3, \emptyset \emptyset \emptyset)$

5.12. Normalformoperator

Symbol: N Bringt eine Zahlenfolge in die Ordnung der Peanozahlen

Beispiel: $N(3 \emptyset \emptyset, 2 \emptyset \emptyset, \emptyset 1 \emptyset) = (1 \emptyset \emptyset, 2 \emptyset \emptyset, \emptyset 3 \emptyset)$

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Johnson, David E./Postal, Paul, Arc Pair Grammar. Princeton U.P. 1980

Kaehr, Rudolf, Diamond Text Theory. Glasgow, U.K. 2010. Digitalisat:

http://www.vordenker.de/rk/rk_Diamond-Text-Theory_Textems_2010.pdf

Klaus, Georg, Spezielle Erkenntnistheorie. Berlin 1965

Klaus, Georg, Semiotik und Erkenntnistheorie. 4. Aufl. München 1973

Toth, Alfred, Allgemeine Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Objekttheoretische Invarianten II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

Toth, Alfred, Einführung in die qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Toth, Alfred, Die wissenschaftstheoretische Stellung der Semantik in der Ontik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2020a

Toth, Alfred, Die Verortung des Zeichens. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2020b

Toth, Alfred, Die ontischen Orte semiotischer Repräsentationsrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2020c

Toth, Alfred, Objektabhängigkeit von Subzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2020d

Walther, Elisabeth, Sign and Time. In: Hess-Lüttich, Ernest W.B./Schlieben-Lange, Brigitte (Hrsg.), Signs and Time. Zeit und Zeichen. Tübingen 1998, S. 236-246

11.10.2020